

変態塑性及びクリープ変形を考慮した大型鍛鋼品の熱処理解析

Heat-treatment analysis considering transformation plasticity
and creep deformation for large forged steel博士 (工学) 柳沢 祐介
Dr. Yusuke Yanagisawa岸 恭弘
Yasuhiro Kishi南谷 昌弘
Masahiro Minamiya齊藤 数馬
Kazuma Saitoh

要 旨

大型鍛鋼品の熱処理時には温度変化に加えて相変態が生じるため、部材内の応力・ひずみ分布は複雑に変化する。特に空冷や炉冷を行った場合には、その質量効果から冷却工程が数日間にわたる場合もあり、クリープ変形が応力分布に大きく影響することが考えられる。本研究では、大型鍛鋼品の熱処理時に作用する応力を精度良く推定するため、相変態及び変態塑性に加えてクリープ変形を同時に考慮できる解析プログラムを開発した。開発したプログラムを用いて大型軸材に生じる残留応力を推定し、測定結果との比較から解析手法の妥当性を検証した。相変態及び変態塑性を考慮した解析を行うことで残留応力分布の傾向が実測結果と一致し、さらにクリープ変形を考慮することで解析精度が向上することを示した。

— Synopsis —

Long cooling time during heat-treatment of a large forging due to mass effect leads to creep deformation at not only high temperature but also transformation temperature ranges. Therefore, both the transformation plasticity and the creep together with the phase transformation and they significantly affect the stress distribution of the forging after the heat-treatment. In this study, a FEM model considering both the transformation plasticity and creep was developed. Proposed model was integrated into commercial FEM codes ANSYS via user subroutines. The material properties of the transformation plasticity and creep were also measured experimentally. For experimental verification, the residual stress measurements of the large forged shaft are compared with those of the simulations. The simulations show that the residual stresses were mainly caused by the phase transformation stress. In particular, it is found that both the transformation plastic strain and the creep strain play important roles in simulating the residual stress during heat treatment of a large forged shaft.

1. 緒 言

発電用の蒸気タービンロータや発電機などに使用される大型鍛鋼品は、効率化を目的とする発電設備の大型化に対応するため、近年ますます大型化の傾向を示している⁽¹⁾。鉄鋼材料の金属組織及び機械的特性に大きく影響するのは熱処理であるが、部材の大型化にともない、より高度かつ効率的な熱処理技術が必要とされている。また、

部材の大型化により熱処理時に作用する応力が増加し、割れや変形などの発生が懸念される。そのため、熱処理時に生じる応力を数値解析により精度良く把握することができれば、工程設計を行ううえで非常に有用である。

鋼の熱処理工程では温度変化に加えて相変態が生じることから、材料内の応力・ひずみ分布は複雑に変化する。この相変態を伴った状態の応力・ひずみを定量的に予測する手法として、図1に示す温度-組織-応力の連成関係を

考慮した計算モデルが知られている⁽²⁾。このモデルでは、熱収縮による熱応力と変態膨張による変態応力を考慮し、さらに変態時に応力が負荷されることで大きな塑性ひずみを生じる変態塑性の重要性が指摘されている。これまで、本モデルを用いて種々の製品の焼入れ過程を解析した結果が報告されているが⁽³⁾⁽⁴⁾、これらの研究は比較的小型の機械部品を対象としている。また、大型鍛鋼品を対象とした研究もいくつか報告されているが⁽⁵⁻⁷⁾、いずれも焼入れ工程を対象としたものである。

一方、大型鍛鋼品に空冷や炉冷を行った場合には、その質量効果から冷却工程が数日間にわたる場合もある。そのため、オーステナイト温度域のみならず変態温度域においてもクリープ変形が生じ、応力分布に大きく影響することが考えられる。焼戻し過程における応力緩和挙動の計算にクリープ変形の影響が考慮されることはあるが⁽⁸⁾、冷却過程において変態挙動とクリープ変形を同時に考慮し、その影響を定量的に評価した研究はみられない。

本研究では、変態塑性とクリープ変形の重畳効果を考慮するため、汎用の有限要素解析ソフト ANSYS に独自のプログラムをユーザーサブルーチンとして組み込んだ。また、大型軸材を対象に、開発したプログラムを用いた熱処理解析を行い、熱処理後の残留応力の測定結果との比較から、解析手法の妥当性を検証した。

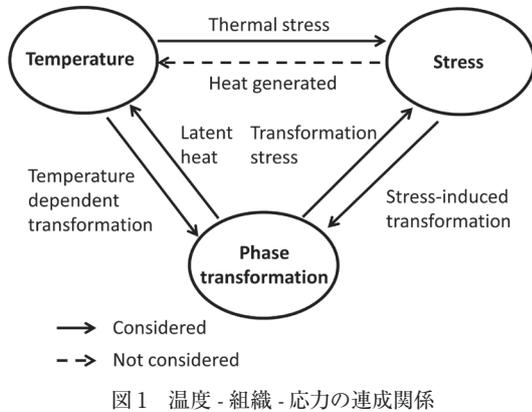


図1 温度 - 組織 - 応力の連成関係

2. 計算手法

2.1 材料構成則

本解析では、非線形有限要素法に関する理論とアルゴリズム⁽⁹⁾をベースとして、各要素の材料モデルとして以下の関係を定義している。全ひずみ増分を独立な各ひずみ増分の和として式(1)で表し、弾性ひずみ、塑性ひずみ、熱ひずみ、変態ひずみに加えて、変態塑性ひずみとクリープひずみを内部変数として扱った。各ひずみ増分は各材料物性値を用いて式(2)から(6)に示すように記述されており、変態塑性ひずみ増分には Denis らが提案した式⁽¹⁰⁾を用いて、クリープひずみ増分には Norton 則を用いた。

(2)

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon} = \Delta \boldsymbol{\varepsilon}^e + \Delta \boldsymbol{\varepsilon}^p + \Delta \boldsymbol{\varepsilon}^{th} + \Delta \boldsymbol{\varepsilon}^m + \Delta \boldsymbol{\varepsilon}^{tp} + \Delta \boldsymbol{\varepsilon}^c \quad (1)$$

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}^p = \Delta \lambda \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (2)$$

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}^{th} = \alpha \Delta T \cdot \mathbf{I} \quad (3)$$

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}^m = \beta \Delta \xi \cdot \mathbf{I} \quad (4)$$

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}^{tp} = 3K(1 - \xi) \Delta \xi \mathbf{s} \quad (5)$$

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon}^c = \frac{3}{2} A \bar{\sigma}^{n-1} \Delta t \mathbf{s} \quad (6)$$

ここで、 $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}^e$ は弾性ひずみ増分テンソル、 $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}^p$ は塑性ひずみ増分テンソル、 $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}^{th}$ は熱ひずみ増分テンソル、 $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}^m$ は変態ひずみ増分テンソル、 $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}^{tp}$ は変態塑性ひずみ増分テンソル、 $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}^c$ はクリープひずみ増分テンソル、 $\Delta \lambda$ は塑性乗数の増分、 F は降伏関数、 α は線膨張係数、 β は変態ひずみ、 K は変態塑性係数、 ξ は新相の相分率、 A, n はクリープ定数、 \mathbf{s} は偏差応力テンソルである。

2.2 解析手順

解析のフローチャートを図2に示す。まず初めに応力に依存しない熱ひずみ増分と変態ひずみ増分を算出する。次に現ステップ開始点での弾性ひずみ $\boldsymbol{\varepsilon}_i^e$ と全ひずみ増分 $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}$ から仮想的な弾性ひずみを求め、弾性剛性テンソル \mathbf{D}^e を用いて、試行応力 $\boldsymbol{\sigma}_{i+1}^{tr}$ を算出する。

$$\boldsymbol{\sigma}_{i+1}^{tr} = \mathbf{D}^e : (\boldsymbol{\varepsilon}_i^e + \Delta \boldsymbol{\varepsilon} - \Delta \boldsymbol{\varepsilon}^{th} - \Delta \boldsymbol{\varepsilon}^m) \quad (7)$$

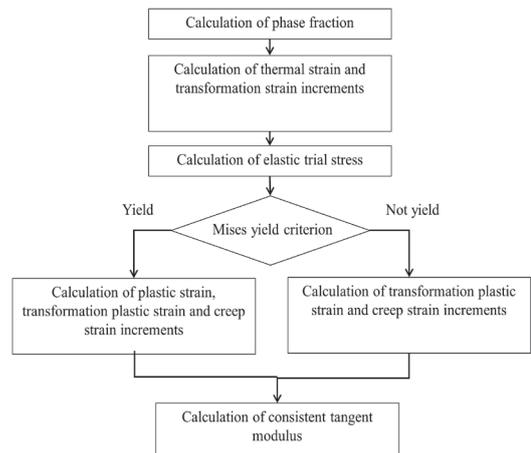


図2 解析のフローチャート

試行応力の偏差成分 \mathbf{s}_{i+1}^{tr} と背応力の偏差成分 \mathbf{b}_i から、ミーゼスの降伏関数 F_i を用いて降伏判定を行う。ここで、 σ_y は降伏応力である。なお、熱処理中に作用する応力は反転を生じる可能性があるため、背応力を導入する移動硬化則を用いた。

$$F_i = \sqrt{\frac{3}{2} (\mathbf{s}_{i+1}^{tr} - \mathbf{b}_i) : (\mathbf{s}_{i+1}^{tr} - \mathbf{b}_i)} - \sigma_y \quad (8)$$

降伏が生じる場合には、降伏曲面外にある弾性予測子から次ステップの降伏曲面を算出するために、図3に示すリターンマッピング法を用いる。また、降伏しない場合にも、同様にリターンマッピング法を用いて変態塑性ひずみとクリープひずみを算出する。応力に依存する変態塑性ひずみ増分・クリープひずみ増分に関しては、陽的に計算した場合に計算誤差が大きくなるため⁽¹¹⁾、Newton-Lapson法を用いた収束計算を行って算出した。いずれの場合にも、サブルーチンが安定した収束性を確保するために、材料構成則に応じて式(9)に示すコンシステント接線剛性テンソル \mathbf{D}^{ep} を導出し、メインルーチンに返す。

$$\mathbf{D}^{ep} = \frac{d\boldsymbol{\sigma}}{d\Delta\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (9)$$

ここで、 $\boldsymbol{\sigma}$ は応力テンソル、 $d\Delta\boldsymbol{\varepsilon}$ は各ステップ内での全ひずみ増分の変化量を表すテンソルである。

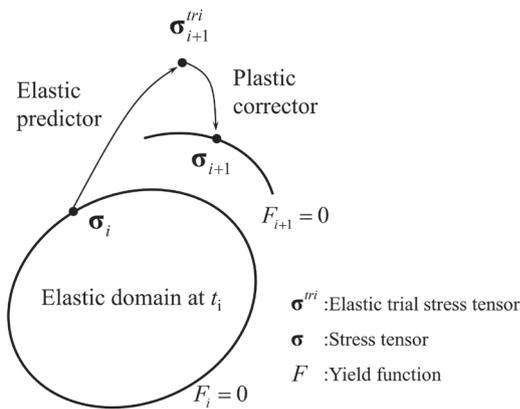


図3 リターンマッピングの模式図

2.3 材料物性値

応力解析に必要な材料特性としては、力学特性、線膨張係数、相変態挙動、変態膨張量(変態ひずみ)、変態塑性係数、クリープ定数がある。発電用タービンロータに用いられている ASTM A470M 鋼 (NiCrMoV 鋼) の鍛造材を用いて、各種材料物性値を調査した。

弾性係数及びポアソン比については化学成分や金属組織よりも結晶構造の違いによる影響が大きいことから文献値を用いた。線膨張係数及び変態ひずみは熱膨張試験から、応力-ひずみ曲線は各温度で引張試験を行って求めた。また、相変態中の混合組織の物性値については、各相の分率(体積率)から線形混合則により推定した。

2.3.1 変態挙動

空冷時の連続冷却におけるベイナイト変態挙動は、Johnson-Mehl-Avrami-Kolmogorov (JMAK) 型の等温変態速度式を用いて、連続冷却中の微小時間における温度

が一定と仮定して加算則⁽¹²⁾を適用することで表した。このとき、現ステップの相分率 ξ_{i+1} は、現ステップの温度 T_{i+1} における保持時間 Δt_{i+1} に加えて、前ステップの相分率 ξ_i に達する仮想的な保持時間 τ_{i+1} を用いて、次式で与えられる。

$$\xi_{i+1} = 1 - \exp\left(-k(T_{i+1})(\tau_{i+1} + \Delta t_{i+1})^l\right) \quad (10)$$

$$\tau_{i+1} = \left(-\frac{\ln(1-\xi_i)}{k(T_{i+1})}\right)^{\frac{1}{l}} \quad (11)$$

ここで、材料定数 k, l は、熱膨張試験で得られる実測値と計算値との誤差がなるだけ小さくなるように、最小2乗法を用いて決定した。大型軸材の空冷相当である冷却速度 0.1~0.5°C/min における、計算値と実測値の比較を図4に示すが、概ね妥当な変態挙動が得られている。

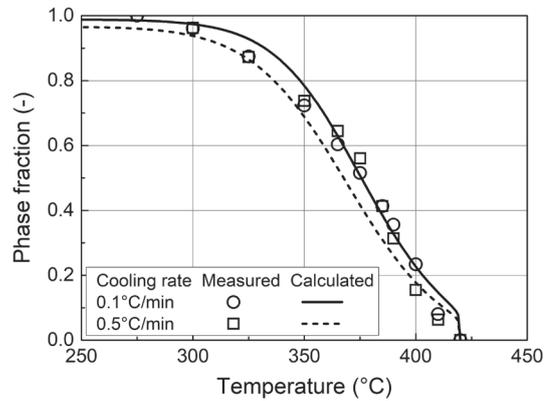


図4 変態挙動の実測値と計算値の比較

2.3.2 変態塑性挙動

変態塑性とは、相変態時に応力が付加されることで変態ひずみが増加する現象であり、熱処理応力に大きく影響することが知られている⁽¹³⁾。そこで、熱間加工試験機 (Thermec mastor_z) を用いて、ベイナイト変態中のひずみ変化を測定した。試験片を 850°C でオーステナイト化後に、変態温度直上の 450°C まで冷却して引張または圧縮応力を付加し、一定応力に保持したままベイナイト変態温度域 (450°C ~ 200°C) を冷却速度 2°C/min で冷却した。

変態温度域における径方向ひずみの変化を図5に示す。いずれの条件でも変態ひずみを生じるが、負荷応力によってひずみ量が増加しており、変態塑性挙動が認められる。負荷応力と変態塑性ひずみ(変態ひずみの変化量)の関係を図6に示す。相変態中に負荷される応力が母材(オーステナイト相)の降伏応力より小さい場合には、変態塑性ひずみは負荷応力に比例することが知られており、その比例係数が変態塑性係数となる。図6に示す通り、引張/圧縮応力の増加に伴い、軸方向の変態塑

性ひずみが直線的に増加/減少し、変態塑性係数は引張側で $9.5 \times 10^{-5} \text{MPa}^{-1}$ 、圧縮側で $12.2 \times 10^{-5} \text{MPa}^{-1}$ と求まる。以下に示す解析では、引張側で得られた K 値 ($9.5 \times 10^{-5} \text{MPa}^{-1}$) を一様に用いた。

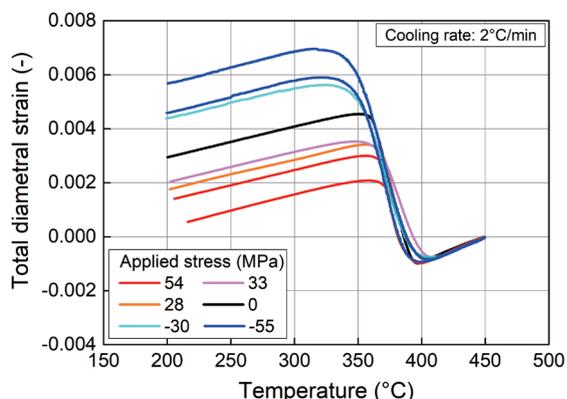


図5 変態ひずみに及ぼす応力の影響

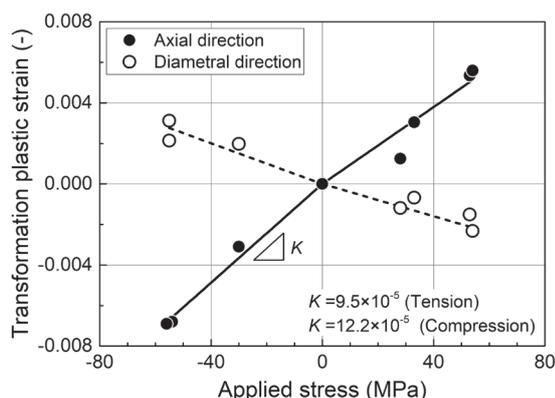


図6 応力と変態塑性ひずみの関係

2.3.3 クリープ変形

ベイナイト変態温度近傍における応力緩和挙動からクリープ定数を算出した。応力緩和試験は、850°Cから徐冷してベイナイト単相組織とした試験材を用いて、250～500°Cの温度範囲で0.1%耐力まで引張応力を負荷した後に、変位を固定して24h保持した。測定された応力緩和挙動から次式を用いてクリープひずみ速度へ換算した。

$$\dot{\epsilon}_c = \frac{\Delta \epsilon_c}{\Delta t} = \frac{1}{E} \frac{\Delta \sigma}{\Delta t} \quad (12)$$

測定結果及び Norton 則を用いて近似した結果を図7に示す。いずれの試験温度においても応力緩和を生じるが、250～300°Cにおいては350～500°Cにおける結果と異なり、低応力側(長時間側)で顕著な緩和挙動を示す傾向が見られた。この要因として、徐冷時に生じる残留オーステナイトの影響が考えられた。残留オーステナイトが、その後の静加熱で分解する挙動を測定した結果を

(4)

図8に示すが、250°C～300°Cにおいて最も分解が進行することが判る。このことから、350°C以上の温度域においてはクリープ変形による応力緩和挙動が生じているのに対して、250°C～300°Cにおいては、クリープ変形に加えて、残留オーステナイトの分解挙動が重畳して、大きな応力緩和が生じたと推察される。本解析においては、これらの複合的な応力緩和挙動も含めてクリープ構成則を用いて簡易的に扱うこととした。

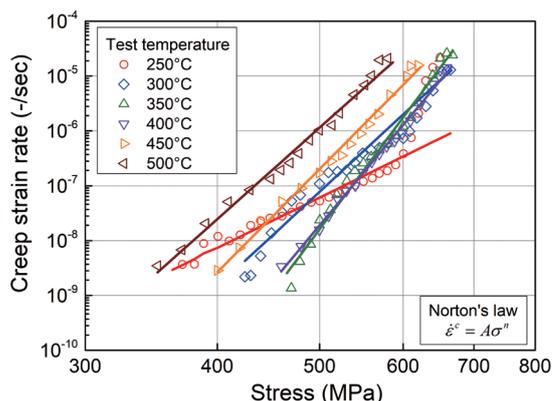


図7 クリープひずみ速度の測定結果

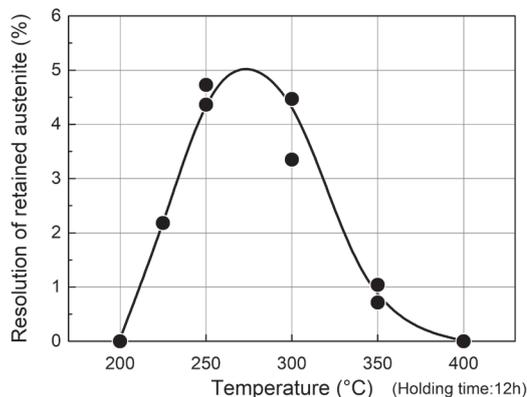


図8 残留オーステナイトの分解挙動

3. 大型軸材を用いた比較

3.1 実機試験結果

熱処理試験には ASTM A470M 鋼からなる最大胴径が $\phi 1280 \text{mm}$ の段付き軸材を用いた。試験材の形状を図9に示す。本部材を850°Cに加熱後、空冷を施した。冷却過程における温度変化を、同図に示す2箇所において、表面からの深さ $D/16$ 及び $D/4$ 位置 (D は直径) で測定した。この時、変態温度域における平均冷却速度は $0.17 \sim 0.25^\circ \text{C}/\text{min}$ であり、本部材はベイナイト単相組織となる。

熱処理後の試験材外表面の残留応力を、図9に示す5箇所の 0° と 180° の2方位で、リングコア法により測定した。リングコア法とは、2軸のひずみゲージを貼り付け、ゲージ周りにリング状の溝を切ることで、解放

されるひずみから残留応力を求める手法である。残留応力の測定結果を図 10 に示す。軸方向、周方向の残留応力は平均で 220 ~ 380MPa の引張応力である。一般的に、冷却時の熱収縮によって生じる熱応力は試験材表面で圧縮の残留応力を生じ、変態膨張によって生じる変態応力は、試験材表面で引張の残留応力を生じる。試験材外表面がいずれも引張の残留応力となっていることから、本部材では熱応力に比べて、変態応力が支配的となっていることがわかる。また、比較的胴径の小さい箇所 (No.1, 5) においても最大胴径部 (No.3) と同等以上の残留応力が生じている。胴径が大きいくほど部材内の温度差は大きくなるが、胴径と残留応力との間に明瞭な相関はみられなかった。

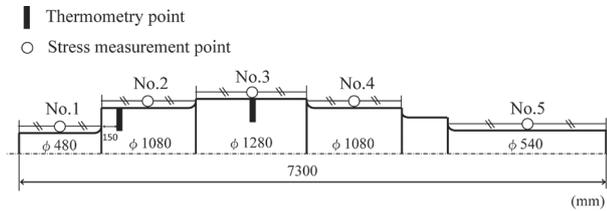


図 9 大型軸材の形状

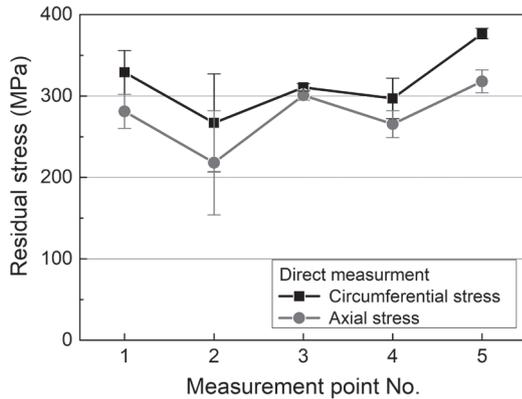


図 10 残留応力の測定結果

3.2 解析結果との比較

熱処理解析は、(1)冷却中の温度分布・温度履歴を求める熱伝導解析、(2)温度分布・温度履歴から各ひずみを計算し応力を求める応力解析の 2 工程で行った。いずれの解析も有限要素法で行い、汎用コードの ANSYS を用いた。解析モデルは 2 次元軸対称モデルとし、節点数は 19870、要素数は 18702 である。

熱伝導解析においては、熱伝導率、比熱などの熱物性値に実測値を使用し、部材表面の熱伝達率は D/16 位置における测温結果を基にした逆解析によって推定した。応力解析は、第 2 章に示した計算手法を用いて実施した。测温結果と熱伝導解析結果の比較を図 11 に示す。本部材は室温近傍まで冷却されるのに約 100h を要している。いずれの測定箇所においても、解析結果と測定結果はほぼ一致しており、変態潜熱による冷却遅れの現象も再現できている。

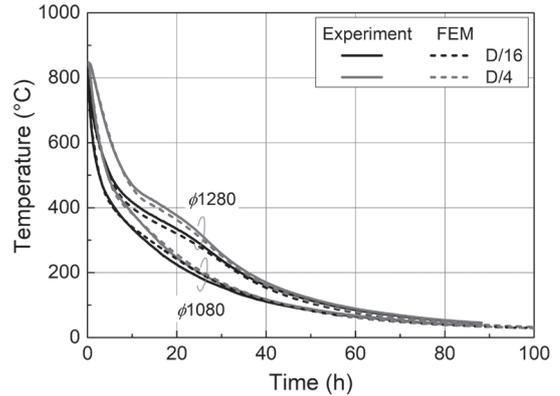


図 11 温度履歴の実測値と解析比較

応力解析は、(a) 変態塑性及びクリープ変形を考慮しない条件、(b) 変態塑性のみを考慮した条件、(c) 変態塑性とクリープ変形を考慮した条件の 3 通りで実施した。冷却終了後の残留応力のコンター図を図 12 に、試験材表面における残留応力の比較を図 13 に示す。変態塑性を考慮しない解析では、残留応力はほとんど生じない結果であり、表層からの割れを考えた場合には危険側の評価を与える。変態塑性を考慮することで表層が引張応力となり、実測値の傾向と一致する。しかし、胴径が 1000mm 以上の箇所 (No.2 ~ No.4) における解析値は実測値よりも大きく、特に最大胴径部における誤差が大きい。一方で、クリープ変形を考慮した場合には、考慮しない場合に比べて大径部における引張応力が緩和され、測定値との差が小さくなる傾向が得られた。特に大きな引張応力の作用する最大胴径部でその影響が大きい。

ここで、小径部 (No.1) 及び大径部 (No.3) の冷却過程における周方向応力の変化を図 14 に示す。小径部では、変態時に生じる応力が小さいためにクリープ変形による影響はほとんど見られないが、大径部では変態時に作用する応力が大きいためクリープ変形が生じ、その結果として残留応力が緩和される。

このことから、冷却時間が長時間となる大型軸材の空冷処理においては、変態塑性に加えてクリープ変形を考慮することで、より実測値に近い残留応力を得ることができると考えられる。一方、本解析においては、小径部の解析値が実測値よりも小さく評価されており、胴径の違いによる影響を正確に再現できていないことが課題と考えられる。この影響について次節で検討した。

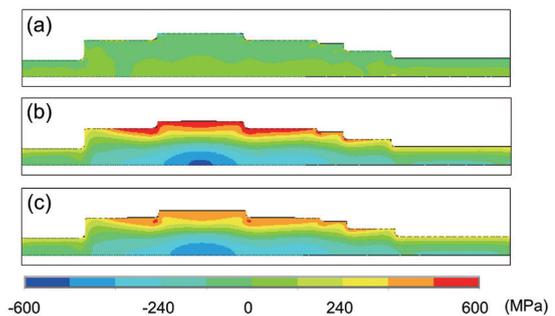
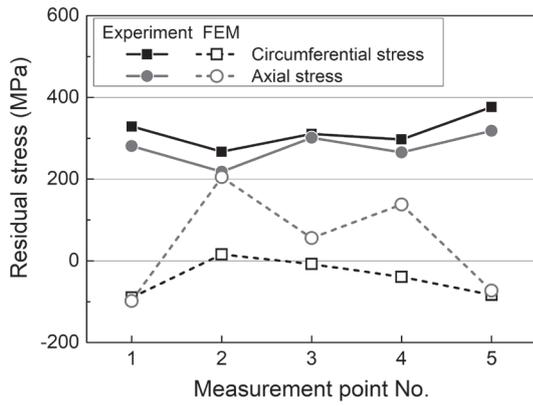
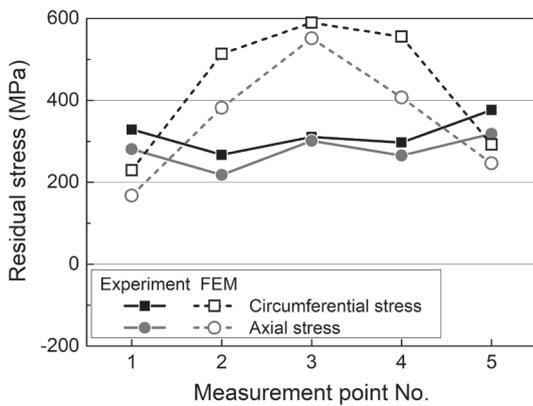


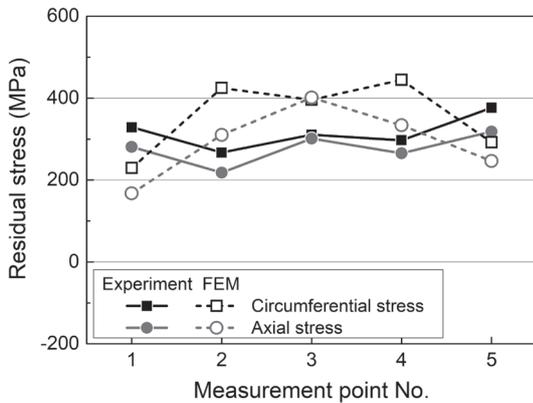
図 12 残留応力のコンター図



(a) 変態塑性及びクリープ変形の考慮なし

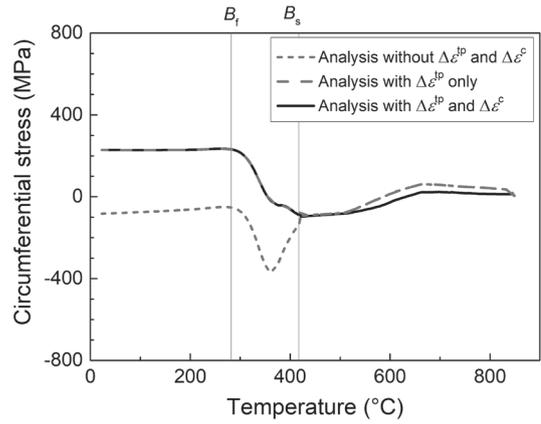


(b) 変態塑性のみを考慮

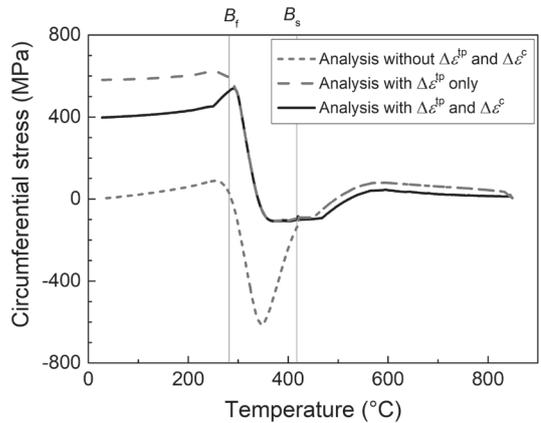


(c) 変態塑性とクリープ変形を考慮

図13 残留応力の実測値と解析値の比較



(a) 測定 No.1 (φ 480mm)



(b) 測定 No.3 (φ 1280mm)

図14 冷却中の応力履歴

3.3 変態挙動の応力依存性による影響

相変態の駆動力は温度だけでなく、変態中の負荷応力や予ひずみによっても影響を受ける⁽¹⁴⁾。一方、本解析におけるベイナイト変態挙動は、無応力状態で測定した結果を用いているため、冷却中に部材内に生じる熱応力及び変態応力が変態挙動に及ぼす影響については考慮されていない。本部材のように冷却が長時間に及び、なおかつ変態温度域における負荷応力が複雑に変化する条件において、変態挙動の応力依存性を実験的に把握することは困難である。そこで、以下の方法を用いて、その影響を簡易的に検討した。

ベイナイト変態の応力依存性を考慮する場合に、式(10)に示すJMAK式を修正して応力項を追加した次式が提案されている⁽¹⁵⁾。

$$k(T, \bar{\sigma}) = k(T, 0)(1 + p\bar{\sigma}) \quad (13)$$

ここで、 $\bar{\sigma}$ は相当応力、 p は変態挙動の応力依存性を表す係数である。この式は、静水圧応力の影響よりも単軸応力の影響が相対的に大きいとの考えから、引張・圧縮応力いずれにおいても相変態の進行が加速する挙動を表している。

係数 p を変化させて繰り返し計算を行い、残留応力の解析値と実測値の平均誤差が最少となる条件を求めた。係数 p と残留応力の平均誤差の関係を図 15 に、平均誤差が最少となる条件 ($p=0.007$) における解析結果を図 16 に示す。変態挙動の応力依存性を考慮することで、残留応力の解析値は実測値に近づく傾向であり、小径部においても実測値に近い値が得られる。これは、相変態の応力依存性を考慮することで相変態がより短時間で進行し、変態塑性の影響が大きくなることで部材表層における引張残留応力が大きくなったためである。大径部では小径部よりも引張応力が增加するが、変態温度域において大きなクリープ変形を生じることで応力緩和を生じ、結果として小径部と同程度の残留応力となる。

これらの検討結果から、変態挙動に応力依存性を考慮することで、より実測値に近い解析値が得られるものと考えられるが、応力依存性の挙動をより詳細に把握することが今後の課題である。

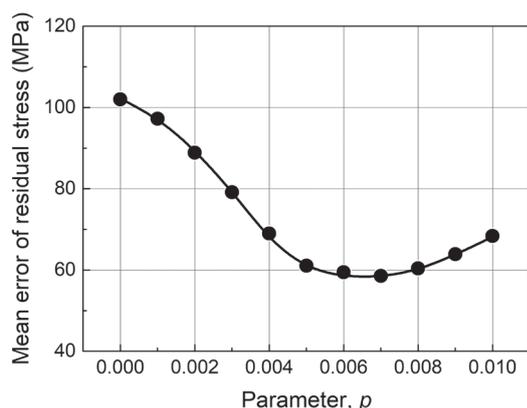


図 15 残留応力の平均誤差の変化

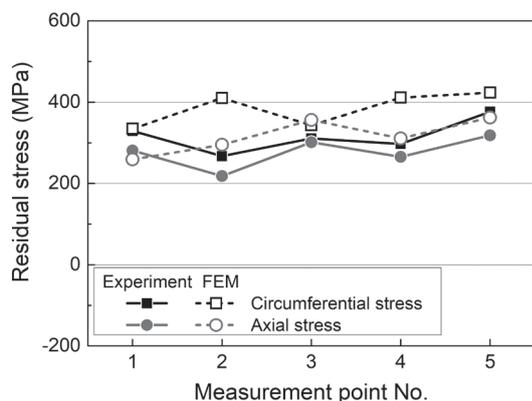


図 16 残留応力分布の比較
(変態挙動に応力依存性を考慮)

4. 結 言

本研究では、変態塑性とクリープ変形を同時に考慮する弾塑性応力解析プログラムを構築し、汎用有限解析ソフト ANSYS のサブルーチンとして組み込んだ。そして、大型軸材を用いた熱処理試験を行い、熱処理後の残留応力の測定結果との比較から、解析精度を検証した。主な結果を以下に示す。

- (1) 大型軸材の表層における残留応力は平均で 220 ～ 380MPa の引張応力であり、変態応力型の分布を呈した。
- (2) 変態塑性を考慮した解析を行うことで、残留応力分布の傾向が測定結果と一致した。
- (3) 変態塑性に加えてクリープ変形を考慮することで、大径部における引張応力が緩和され、実測値との差が小さくなる傾向が得られた。
- (4) 変態挙動に応力依存性を考慮することで、相変態がより短時間で進行するために変態塑性及びクリープ変形の影響が大きくなり、大型軸材の解析精度がさらに向上することが示唆された。

5. 謝 辞

本研究を遂行するに当たり、懇切丁寧なる御指導を頂いた北海道大学大学院工学研究院佐々木克彦教授に感謝の意を表します。

参 考 文 献

- (1) 山内隆史, 工藤秀尚, 岸恭弘, 上田奏, 吉田一, 木村公俊, 梶川耕司, 鈴木茂, 日本製鋼所技報, No.64 (2013), pp.43-49.
- (2) T. Inoue and Z. Wang, Materials Science and Technology, Vol.1 (1985), pp.845-850.
- (3) 福本学, 吉崎正敏, 今高秀樹, 岡村一男, 山本憲司, 材料, Vol.50 (2001), pp.598-605.
- (4) C. Liu, D.Y. Ju and T. Inoue, ISIJ International, Vol.42 (2002), pp.1125-1134.
- (5) C.C. Liu, X.J. Xu and Z. Liu, Finite Elements in Analysis and Design, Vol.39 (2003), pp.1053-1070
- (6) 福谷理明, 九州工業大学博士学位論文, (2008).
- (7) 有川剛史, 今村亮祐, 松宮知朗, 沖田圭介, 松田真理子, 黒河周平, 塑性と加工, Vol.57 (2016), pp.648-654.
- (8) 巨東英, 佐橋真人, 大森隆弘, 井上達雄, 材料, Vol.45 (1996), pp.643-649.

- (9) EA de Souza Neto, D Peric and DRJ Owen, Computational methods for plasticity, Wiley & Sons, (2008). (寺田賢二郎 (監訳), 非線形有限要素法弾塑性解析の理論と実践, 森北出版, (2012)).
- (10) S. Denis, E. Gautier, A. Simon and G. Beck, Materials Science and Technology, Vol.1 (1985), pp.805-814.
- (11) 河原木雄介, 福本学, 岡村一男, 材料, Vol.64 (2015), pp.258-265.
- (12) 梅本実, 堀内一也, 田村今男, 鉄と鋼, Vol.68 (1982), pp.461-469.
- (13) G.W. Greenwood and R.H. Johnson, Proceedings of the Royal Society A, 283 (1965), pp.403-422.
- (14) S. Denis, E. Gautier, S. Sjoström and A. Simon, Acta Metallurgica, Vol.35 (1987), pp.1621-1632.
- (15) T.Y. Hsu, Current Opinion in Solid State and Materials Science, Vol.9 (2005), pp.256-268.